

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში
2023-24 სასწავლო წელი
II ტური XI-XII კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

იპოვეთ მთელ დადებით რიცხვთა ყველა $(m; n)$ წყვილი, რომლისთვისაც შესრულდება
$$n^2 - 4n = m^2 + m - 5.$$

ამოცანა 2

5 ქულა

შეარჩიეს 6×6 ზომის კვადრატული ცხრილის 9 ერთეულოვანი კვადრატი (უჯრა) და თითოეული მათგანი შეღებეს წითელი ფერით. დაამტკიცეთ, რომ ყოველთვის შეიძლება შეირჩეს 3 სტრიქონი და 3 სვეტი, რომლებიც შეიცავენ ცხრავე წითლად შეღებილ უჯრას.

ამოცანა 3

5 ქულა

ვთქვათ x და y ნამდვილი რიცხვები აკმაყოფილებენ პირობებს $x \geq 1$, $y \geq 1$ და $x + y = 3$.
დაამტკიცეთ, რომ $\left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{y}\right) \leq \frac{1}{9}$.

ამოცანა 4

5 ქულა

წრეწირში ჩახაზულია $ABCD$ კვადრატი. კვადრატის BC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ $BK : KC = 1 : 2$. AK სხივის წრეწირთან გადაკვეთის მეორე წერტილია M , ხოლო BM და DC წრფეების გადაკვეთის წერტილია F . იპოვეთ CF და DF მონაკვეთების სიგრძეთა შეფარდება.

ამოცანა 5

5 ქულა

ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C = 90^\circ$ და $\angle A > \angle B$. ამ სამკუთხედის AC გვერდზე აღებულია D წერტილი და BD მონაკვეთზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $\angle ABC = \angle DAE = \angle AED$. დაამტკიცეთ, რომ $BE = 2CD$.